REPRÉSENTATION DES IMAGES POUR LA RECHERCHE PAR CONTENU
Partie 1

Laurent Fallet
Guillaume Jouanno
Grégory Mallet

9 juin 2003

Table des matières

Résumé

L'objectif de ce projet est d'étudier la description d'images 2D par leur contenu, en utilisant des techniques de reconnaissance de forme.

1 Présentation Théorique du projet (G.Jouanno)

1.1 Représentation par les moments

La théorie des moments nous fournit une représentation de la forme des objets. Nous allons les étudier comme descripteurs de l'objet $f(x, y)$.

1.1.1 Définitions

Soit $f(x, y) \geq 0$ une fonction bornée à support borné représentant la luminosité d'un point de coordonnées (x, y). Son moment d'ordre $(p + q)$ s'écrit :

$$m_{p,q} = \int \int_{\mathrm{R}} f(x, y) x^p y^q dx dy, \qquad p, q = 0, 1, 2, ...$$

$f(x, y) = 1$ nous donne le moment de la région R qui pourrait être une forme. On obtient le moment centré d'un point (x, y) en choisissant :

$$\mathrm{R} = \{x \in [-1, 1], y \in [-1, 1]\}$$

De plus, les moments d'ordre supérieur sont généralement de magnitude moindre. On peut également démontrer qu'un ensemble de moments $\{m_{p,q}, p, q = 0, 1, 2, ...\}$ définit de manière unique $f(x, y)$ et vice-versa.

Chaque moment calculé l'est sur une zone carrée au centre de laquelle se trouve notre pixel (x, y). Cette fenêtre est de largeur W. En augmentant W, on obtient une image plus lisse mais moins précise. Les coordonnées normalisées du pixel (i, j) peuvent donc s'écrire :

$$x_m = \frac{m - i}{\frac{W}{2}}, y_m = \frac{n - j}{\frac{W}{2}}$$

m et n étant les coordonnées des points à l'intérieur de la fenêtre.

On obtient alors l'expression suivante :

$$m_{p,q} = \sum_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \sum_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} f(m, n) x_m^p y_m^p$$

Nous allons maintenant nous intéresser à la propriété d'invariance aux similitudes planes (translation puis rotation puis homothétie).

1.2 Moments de Zernike

Cette section traite des moments invariants à certaines transformations géométriques.

1.2.1 Translation

$x' = x + \alpha$, $y' = y + \beta$

$$\Rightarrow \mu_{p,q} = \int\int (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y) dxdy$$

où $\bar{x} = \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}}$ et $\bar{y} = \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}}$

Les moments centraux sont invariants par translation. Par la suite, nous n'étudierons que les moments centraux.

1.2.2 Redimensionnement

$x' = \alpha x$, $y' = \beta y \Rightarrow \mu'_{p,q} = \frac{\mu_{p,q}}{\alpha^{p+q+2}}$

$$\eta_{p,q} = \frac{\mu'_{p,q}}{(\mu'_{0,0})^{\gamma}}, \qquad \gamma = \frac{p + q + 2}{2}$$

1.2.3 Rotation et réflexion

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Par la théorie des invariants algébriques, il est possible de trouver certains polynomes de $\mu_{p,q}$ qui demeurent inchangés par la transformation ci-dessus. Par exemple, pour une rotation ($\alpha = \delta = cos\theta, \beta = -\gamma = sin\theta$) et une réflexion ($\alpha = -\delta = cos\theta, \beta = \gamma = sin\theta$) quelques moments invariants sont donnés par :

1. Pour les moments 1^{er} ordre, $\mu_{0,1} = \mu_{1,0} = 0$, (toujours invariant)
2. Pour les moments du 2^{nd} ordre ($p + q = 2$), les invariants sont :
   - $\Phi_1 = \mu_{2,0} + \mu_{0,2}$
   - $\Phi_2 = (\mu_{2,0} - \mu_{0,2})^2 + 4\mu_{1,1}^2$
3. Pour les moments du 3^{eme} ordre ($p + q = 3$), les invariants sont :
   - $\Phi_3 = (\mu_{3,0} - 3\mu_{1,2})^2 + (\mu_{0,3} - 3\mu_{2,1})^2$
   - $\Phi_4 = (\mu_{3,0} + \mu_{1,2})^2 + (\mu_{0,3} + \mu_{2,1})^2$

- $\Phi_5 = (\mu_{3,0} - 3\mu_{1,2})(\mu_{3,0} + \mu_{1,2})[(\mu_{3,0} + \mu_{1,2})^2 - 3(\mu_{2,1} + \mu_{0,3})^2] + (\mu_{0,3} - 3\mu_{2,1})(\mu_{0,3} + \mu_{2,1})[(\mu_{0,3} + \mu_{2,1})^2 - 3(\mu_{1,2} + \mu_{3,0})^2]$
- $\Phi_6 = (\mu_{2,0} - \mu_{0,2})[(\mu_{3,0} + \mu_{1,2})^2 - (\mu_{2,1} + \mu_{0,3})^2] + 4\mu_{1,1}(\mu_{3,0} + \mu_{1,2})(\mu_{0,3} + \mu_{2,1})$

  On peut montrer que pour les moments d'ordre $N \geq 3$, il existe $N + 1$ moments invariants par rotation/réflexion.

1.3 Conclusion

On a vu qu'il était possible de représenter une image par des descripteurs invariants aux similitudes planes (donc adaptés à la reconnaissance de motifs). Ces moments peuvent être interprétés comme la convolution d'une image avec un masque. Il est important de souligner que les descripteurs sont des vecteurs dont la taille est négligeable par rapport à celle de l'image.

2 Codage

3 Expérimentation